الحوار المحضّر: أي إسلام؟
www.alhiwar.org

الهندسة الحديثية

الحلقة السادسة والعشرون

تحديد الرواة بمعادلات رياضياتية من الدرجة الثانية

الاستعارات المفهومية

قد سبق وأن ألمحنا في كتابنا: "كيف تمت هندسة فيروس اسمه أدونيس" إلى الإثمارية التي يمكن أن تنتج في حقل علمي مخصوص، من خلال تلاقح الأفكار، بالاستعارات المفهومية من حقول علمية مختلفة، إلا أنه لم يتسن لنا إبانه ، إطالة النفس بسرد بعض الأمثلة من العلوم الشرعية، للوقوف على كيفية اشتغال مثل هذه الاستعارات إن حدثت.

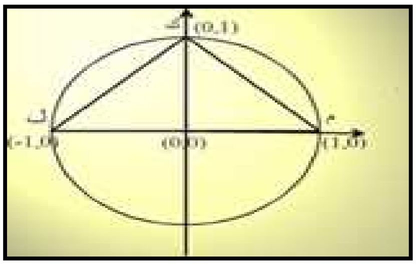
وسنحاول هنا إبراز أنموذج عملي يمثل بتفصيل لمثل هذه الأجرأة المفهومية، التي تطابق ما بين عالم الرواة وعالم المعادلات الهندسية من الدرجة الثانية، أي أننا سنحاول وسم كل راو بمعادلة شخصية دالة عليه ولا تفارقه.

فمثلاً: الدالة د التي تحقق العلاقة:

$د = \{(س، ص) \mid س^2 + ص^2 = 1\}$ ،	1

بشرط أن تكون س، محصورة ما بين الحيز المغلق:

$-1 \leq س \leq 1$ ، وص موجبة أي: $ص \geq 0$	2



وهذا الحيز المكاني ينحصر تماماً ضمن نصف الدائرة التي يتطابق مركزها مع مركز الإحداثيات السينية والصادية (0،0) وتقطع المحور السيني في الإحداثيتين (النقطتين) (−1، 0)، و(1، 0)، والمحور الصادي في

النقطة (0، 1).

وظاهر أن مجال الدالة د هو مجموعة كل الأعداد الحقيقية س التي تقع بداخل الحيز المغلق: $-1 \leq$ س ≤ 1 ، كما وأن مدى (range) د، هو مجموعة كل الأعداد الحقيقية بداخل الحيز المغلق : $0 \leq$ ص ≤ 1 .

وظاهر أن الدالة د تحقق علاقة اقترانية واحد لواحد.

وما دامت العلاقة اقترانية، وواحد لواحد، فيمكننا استغلال مثل هذه الخاصية لمثل هذه الدوائر، وربطها بالرواة، وذلك من خلال وسم كل راوية بدائرة، ودائرة واحدة فقط، بحيث يكون قطرها مساوياً تماماً لطول عمر الراوي المعني ويتحدد هذا الطول من خلال تقاطع الدائرة مع محور الزمن ، في إحداثيتين: الأولى تمثل سنة ولادته والثانية تمثل سنة وفاته.

1.1) في التحديد النظري لدوائر الرواة

الصيغة العامة لمعادلة دائرة ما هي:

$$\text{س}^2 + \text{ص}^2 + \text{أس} + \text{د ص} + \text{ف} = 0 \qquad (3)$$

حيث س، وص إحداثيات، وحيث المعالم الثلاثة: د، أ، ف تأخذ أي قيم عددية.

ويمكن إعادة كتابة المعادلة 3 بإضافة حدود متساوية إلى طرفيها كالتالي:

$$\text{س}^2 + \text{أس} + \frac{\text{أ}^2}{4} + \text{ص}^2 + \text{د ص} + \frac{\text{د}^2}{4} = -\text{ف} + \frac{\text{أ}^2}{4} + \frac{\text{د}^2}{4} \qquad (4)$$

وبإعادة ترتيب الحدود نكتبها كالتالي :

$$(س + \frac{أ}{2})^2 + (ص + \frac{د}{2})^2 = \frac{1}{4}(أ^2 + د^2 - 4ف) \quad \text{،}4$$

وهذه المعادلة تمثل دائرة يقع مركزها في النقطة $(-\frac{أ}{2} ، -\frac{د}{2})$ **، ويبلغ قطرها:**

$$ق = \frac{1}{2}(\sqrt{أ^2 + د^2 - 4ف}) \quad 5$$

ويتحدد الحل بحسب الإشارة التي يمكن أن يأخذها الحد المركب تحت الجذر.

وقد تعرض لنا هنا، وبحسب قيمة ما تحت الجذر ثلاث حالات:

1) انعدام الدائرة مطلقاً: وهذه الحالة لا تحصل سوى إذا كانت القيمة تحت الجذر سالبة. أي عندما تتخذ ق قيماً تخيلية وليس حقيقية.

2) تحول الدائرة إلى نقطة: وهذه حالة تحصل عندما يؤول الحد أسفل الجذر إلى الصفر.

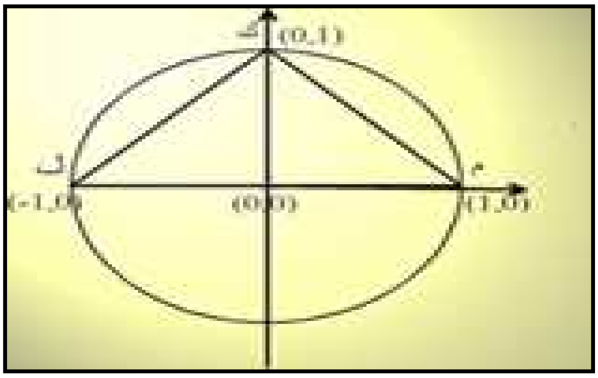
3) تكون دائرة: وهذه الحالة لا يمكن أن تحصل سوى إذا ما كان الحد أسفل الجذر موجباً، أي عندما تتحقق العلاقة:

$$أ^2 + د^2 > 4ف \text{،} \quad 6$$

أي حين يكون الشق الأيمن أكبر من الشق الأيسر.

وليلاحظ القارئ بأن المعادلة العامة للدائرة تتحدد تماماً بثلاثة معالم رئيسية كمجاهل وهي المعالم: **أ، د، ف**. وبالتالي، فتحتاج لتحديد الدائرة تحديداً تاماً إلى ثلاث نقط تمر بها الدائرة.

وكمثال عملي: لنفترض بأن دائرتنا الممثلة بالمعادلة العامة رقم 3 تمر بالرؤوس الثلاثة: "ل"، و"ك"، و"م" لمثلث قائم الزاوية عند "ك":وبأنها تمثلها الإحداثيات السينية والصادية التالية:



$$\text{ل}=(\text{س}_1،\text{ص}_1)=(-1،0)\text{، و ك}=(\text{س}_2،\text{ص}_2)=(0،1)\text{، و م}=(\text{س}_3،\text{ص}_3)=(1،0)$$

فبالتعويض بهذه القيم في المعادلة العامة رقم **3** نحصل على النتائج التالية عند كل نقطة:

عند النقطة "ل" فإن المعادلة تختزل بالتعويض إلى: 1-أ+ف = 0،	7
وعند النقطة "ك" فإن المعادلة تختزل بالتعويض إلى: 1+أ+ف = 0،	8
وعند النقطة "م" فإن المعادلة تختزل بالتعويض إلى: 1+د+ف = 0.	9

وبجمع (7) و (9) نجد:

2+2ف = 0، وبالتالي فإن: ف = - 1

وبالتعويض بهذه القيمة في (7) أو (8) نجد أن: أ = 0 .

وبالتعويض بهذه القيمة في (9)، نجد: د = 0.

وبالعويض بهذه القيم في المعادلة الأصلية رقم 3 نجد أن هذه المعادلة تختزل إلى الصيغة:

$$\text{س}^{2}+\text{ص}^{2}-1=0 \qquad (10)$$

وهي المعادلة المطلوبة.

وهو ما يمكن للقارئ أن يتيقن منه بالتعويض في (10) بقيم إحداثيات النقط الثلاثة للمثلث القائم. وواضح أن مركز الدائرة يقع في مركز الإحداثيات (0، 0)، وأن قطرها = ق = 1، من خلال المعادلة 5.

ملاحظات هامة:

لاحظ أولاً: أننا وجدنا حلا للمسألة المعروضة من خلال علم الجبر.

ولاحظ ثانيا: أنه كان بإمكاننا أيضاً أن نجد حلاً هندسياً لهذه المسألة بطريقة البر كار (أو الفرجار).

وهذه الطريقة تتطلب إقامة عمودين على أي من ضلعي المثلث من وسطهما، ثم مد العمودين إلى أن يلتقيا في نقطة. فهذه النقطة هي مركز الدائرة. ويمكن أن نرسم الدائرة المعنية بواسطة البركار فقط، وذلك بمركزة أحد أذرع البركار بنقطة تلاقي العمودين، وبفتحة تساوي المسافة بين المركز وأية نقطة من النقط الثلاثة للمثلث التي تقع على محيط الدائرة.

ولاحظ ثالثاً: أننا متى أعطينا إحداثيات مركز الدائرة (س= أ، وص= د)، وطول قطرها "ق" فقد تحددت الدائرة تماما. و يمكن في هذه الحالة كتابة المعادلة العامة لهذه العائلة من الدوائر بالصيغة المختزلة التالية:

$$(\text{س}-\text{أ})^{2}+(\text{ص}-\text{د})^{2}=\frac{1}{4}\,\text{ق}^{2} \qquad (11)$$

فهذه هي الصيغة العامة لعائلة الدوائر المتحدة المركز.

2) خواص المحاور المركزية والمحاور الأساسية

لنفترض أننا أعطينا معادلتين لدائرتين على الشكل التالي:

$س^2 + ص^2 + أس + د\ ص + ف = 0$	**12**
$س^2 + ص^2 + أ'س + د'\ ص + ف' = 0$	**'12**

فلمعرفة ما إذا كانت الدائرتان تتقاطعان أم لا، فلنطرح المعادلة الثانية من الأولى لنحصل على:

$(أ - أ')\ س + (د - د')\ ص + (ف - ف') = 0$	**13**

فإذا ما كانت أ $\neq$ (بمعنى تختلف عن) أ' وكانت د $\neq$ د'، فإن 13 تمثل معادلة خط مستقيم يمر بتقاطع الدائرتين 12 و '12 وله ميل على المحور السيني يعرف كالتالي:

$$م = \frac{ص}{س} = -\frac{(أ - أ')}{(د - د')}$$ ، **مع كون د $\neq$ د'.**

14

ومعلوم أن مركزي هاتين الدائرتين هما على التوالي: $(-\frac{أ}{2}، -\frac{د}{2})$ ، و

$(-\frac{أ'}{2}، -\frac{د'}{2})$. وأن الخط المار بين هذين المركزين يتعامد مع الخط المستقيم الذي تحكمه المعادلة رقم 13.

وميل الخط المركزي هو:

$$م' = \frac{(-\frac{أ'}{2} + \frac{أ}{2})}{(-\frac{د'}{2} + \frac{د}{2})} = \frac{أ - أ'}{د - د'} \qquad 14'$$

وهو ميل عكسي للميل المحصل في المعادلة 14 ويحقق العلاقة المعروفة بين ميولات الخطوط المستقيمة المتعامدة :

$$م.م' = - 1 \qquad 15$$

ويطلق على المحور المار بين مركزي الدائرتين اسم **المحور المركزي**، بينما يطلق على الخط الناتج من تقاطع الدائرتين، اسم "**المحور الأساسي**".

2.1) البصمة الرياضياتية للرواة

لاحظنا من خلال الصيغة العامة لمعادلة الدائرة بأن تحديدها يتطلب معرفة القيمة العددية لثلاث معالم فيها وهي: أ، د، ف. لكن، يمكن دائما التخلص من مطلب من هذه المطالب الثلاثة، باختيار موفق للإحداثيات. فإن اخترنا أن تقع كل مراكز دوائرنا على المحور السيني فقط، فيمكن كتابة المعادلة العامة 11 على الشكل المختزل التالي:

$$(\text{س} - \text{أ})^2 = \frac{1}{4}\,\overline{\text{ق}}^2 = \overline{\text{ن}_{\text{ق}}}^2$$ ، حيث $\overline{\text{ن}_{\text{ق}}}$ هو نصف قطر الدائرة. 16

وهذه المعادلة لها حلان مبتذلان وهما:

$$(\text{س} - \text{أ}) = \pm\, \overline{\text{ن}_{\text{ق}}} \qquad 17$$

أي: $\text{س}_1 = \text{أ} - \text{نق}$، وكذلك: $\text{س}_2 = \text{أ} + \text{نق}$ 18

فنرى بأن الإحداثيتين: "س1" و"س2" تقعان على طرفي قطر الدائرة المتمركزة في النقطة (أ، 0).

وسنعتمد على هذه الخاصية البنيوية للدوائر لوسم الرواة ببصمة رياضياتية تميز كل واحد منهم.

فإن مثلنا للرواة بدوائر، مرسومة على المحور الزمني كمحور سيني، واخترنا أن تمثل الإحداثية الأولى س1 تاريخ ولادة الراوي، وأن تمثل الثانية س2 تاريخ وفاته، وأن

يمثل قطر الدائرة وهو: ق = **[س2 – س1]** عمر الراوي ،نكون قد أوجدنا علاقة اقترانية فريدة واحد لواحد بين الراوي ومعادلة من الدرجة الثانية، نصطلح على تسميتها من الآن فصاعداً ب **المعادلة العمرية للراوي**.

وهذا الربط المباشر بين كل الرواة بمعادلات خاصة بهم سيضفي على المنهج الحديثي التحليلي قوة لا تضاهى من حيث إمكانيات التمييز والفرز والتوقع.

2.2) أمثلة من البصمات الرياضياتية لبعض الرواة

سوف نشرع الآن في التمثيل للرواة بمعادلاتهم.

أ) معادلة أبي رجاء العطاردي

فالراوي من مواليد سنة 15 ق.هـ، وتوفي سنة 105 هـ، أي أن $\text{س}_1 = -15$ سنة، و$\text{س}_2 = 105$ سنة. ومن هاتين المعطيتين نحصل على مدى عمره وهو قطر دائرته ق: $\text{س}_2 - \text{س}_1$، ومنه نصف قطره:

$$\overline{\text{ن ق}} = \frac{\text{ق}}{2} = \frac{\text{س}_2 - \text{س}_1}{2} = \frac{105+15}{2} = \frac{120}{2} = 60 \ \text{سنة.} \tag{19}$$

$$\text{أ} = \text{س}_2 - \overline{\text{ن ق}} = 105 - 60 = 45 \ \text{سنة،} \tag{20}$$

$$\text{و} \ \ \text{أ} - \overline{\text{ن ق}} = -15 \qquad \text{و} \ \ \text{أ} + \overline{\text{ن ق}} = 105 \ \text{سنة.} \tag{21}$$

$$\text{و} \ \ (\text{أ} - \overline{\text{ن ق}})(\text{أ} + \overline{\text{ن ق}}) = 15 \times 105 = -1575 \tag{22}$$

ويمكن إعادة كتابة المعادلة 16 كالتالي:

$$(\text{س} - \text{أ})^2 - \overline{\text{ن}_{\text{ق}}}^{\,2} = 0 \quad \text{أو} \quad \text{س}^2 - 2\text{أس} + (\text{أ}^2 - \overline{\text{ن}_{\text{ق}}}^{\,2}) = 0$$

23

أو: $$\text{س}^2 - 2\text{أس} + (\text{س} - \text{أ})(\text{س} + \text{أ}) = 0$$

24

وبالتعويض في هذه المعادلة عن أ من 20، وعن الحد الأخير من 22 نجد:

$$\text{س}^2 - 90\text{س} - 1575 = 0$$ **25**

فهذه هي المعادلة العمرية لأبي رجاء العطاردي.

وبالمثل، فمعادلة الصحابي أنس بن مالك (10 ق.هـ - 93 هـ) هي، بنفس الإجرائية أعلاه:

$$\text{س}^2 - 83\text{س} - 930 = 0$$ **26**

ومعادلة الحسن البصري (21 هـ - 110 هـ) هي:

$$\text{س}^2 - 131\text{س} + 2310 = 0$$ **27**

ومعادلة أيوب السختياني (66 هـ - 131 هـ) هي:

$س^2 - 197س + 8646 = 0$	28

ومعادلة **هشام الدستوائي** (76 هـ - 154 هـ) هي:

$س^2 - 230س + 11704 = 0$	29

ومعادلة **أبي عمرو الأوزاعي** (88 هـ - 157 هـ) هي:

$س^2 - 245س + 13816 = 0$	30

ومعادلة **معمر بن راشد الصنعاني** (96 هـ - 154 هـ) هي:

$س^2 - 250س + 14784 = 0$	31

ملاحظات إجرائية هامة

يتبين من خلال هذه المعادلات ثلاثة أمور:

أولاً: أن الحد الأوسط (الثاني) في كل هذه المعادلات ما هو سوى حاصل جمع سني ولادة ووفاة الراوي، مع الأخذ في الاعتبار أن من ولد قبل الهجرة، تكون سنة ولادته سالبة.

ثانياً: أن الحد الثالث في كل هذه المعادلات ما هو سوى حاصل ضرب سني الولادة والوفاة، وأن الحاصل يكون سالباً بالنسبة لمن ولد قبل الهجرة وموجباً لمن ولد بعدها.

ثالثاً: أننا نحصل على إحداثية منتصف عمر أي راو بأخذ اشتقاق المعادلة فحسب.

فمعادلة الحسن البصري مثلاً هي:

د(س) $=$ س$^{2}-131$س$+2310=0$	32

واشتقاقها السيني الأول هو:

د'(س) $= 2$ س $- 131 = 0$	33

وهكذا نجد أن إحداثية منتصف عمر الحسن البصري، هو أثر لنصف قطر دائرته في أوجه المتعامد على المحور السيني، وقيمته هي:

س$_{أ}$ و ج $=$ 65.5 سنة	34

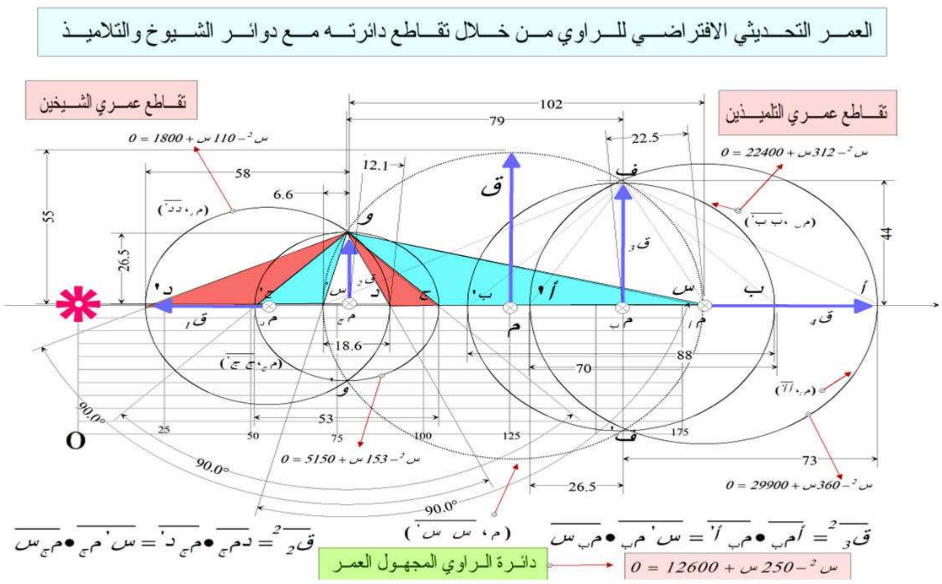
وليلاحظ القارئ بأن هذه النتيجة ما هي سوى قسمة الحد الثاني على 2. وهو ما يمكن التيقن منه بالنسبة لباقي الرواة.

ولا شك أن هذه الخاصية البنيوية للدوائر تعتبر إضافة إجرائية بالغة الأهمية، لأنها ستيسر لنا كتابة معادلة الرواة تلقائياً بمجرد حصولنا على تاريخي ولادتهم ووفياتهم.

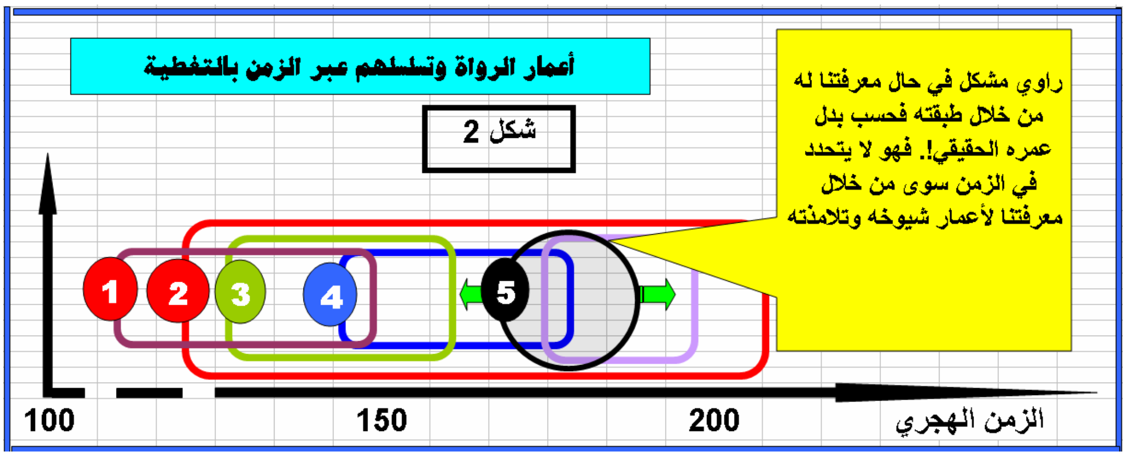
وللحصول على إحداثيات تقاطع أعمار الرواة فيكفي المساواة بين معادلاتهم. وهكذا نجد بمساواة المعادلتين *25* و*26* مثلاً، أن إحداثية تقاطع عمري أنس بن مالك والحسن البصري هي:

س = 67.5 سنة.	**35**

و سيساعدنا هذا التحليل الرياضياتي الصلب على تتبع **تعاصر** الرواة بنجاعة تحليلية غير مسبوقة، كما يوضح الرسم التالي:



وهو ما سيساعدنا على تجاوز عنق زجاجة مفهوم الطبقة عند القدمين، بعيوبها المعروفة كما يلخصها الشكل التالي:



انتهى وتليه الحلقة السابعة والعشرون